

**Concours d'admission sur classes préparatoires  
Option économique**

**RAPPORT DU JURY  
ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES  
2016**

**Présentation de l'épreuve**

- L'épreuve comportait, comme d'habitude, trois exercices et un problème, ce qui permettait de juger les candidats sur une partie conséquente du programme des classes préparatoires.
- Le sujet balayait largement le programme en donnant, comme d'habitude, une place importante aux probabilités (deuxième exercice et problème).

La diversité des thèmes abordés a permis à tous les candidats de s'exprimer et de montrer leurs compétences, ne serait-ce que sur une partie du programme.

- Dans l'ensemble, les correcteurs ont trouvé le sujet un peu long, parcourant l'ensemble du programme d'ECE, équilibré, mélangeant questions faciles et questions plus difficiles, et bien adapté au public concerné. La présence de questions techniquement difficiles ou abstraites a permis de bien apprécier, d'une part les capacités à mener un calcul compliqué à son terme et d'autre part les capacités à raisonner des candidats : ceux d'entre eux qui étaient bien préparés se sont très bien démarqués alors que ceux qui l'étaient moins ont montré leurs faiblesses théoriques ainsi que leur mauvaise maîtrise des techniques de base, notamment dans les calculs, parfois même dans les calculs élémentaires.

**Description du sujet**

L'exercice 1 proposait le calcul de la puissance  $n$ -ième de la matrice  $A = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 1 \\ 2 & 0 & 2 \\ 1 & -1 & 3 \end{pmatrix}$ .

- Cet exercice a montré que la notion de liberté reste floue pour un nombre significatif de candidats. La différence entre famille génératrice et base est, elle aussi, peu claire chez nombre de candidats.
- La formule du binôme, pourtant classique, semble rebuter la majorité des candidats : oubli du coefficient binomial ou encore la faute de calcul suivante,  $(2I)^{n-k} = 2I^{n-k} = 2I$ , qui a lourdement pénalisé les candidats peu concentrés qui l'avaient faite.

L'exercice 2, portant sur la partie analyse du programme, présentait l'étude de la famille des fonctions  $f_n$  définies par :  $\forall x \in [n, +\infty[, f_n(x) = \int_n^{+\infty} \exp(\sqrt{t}) dt$ . Ensuite, on étudiait la suite  $(u_n)$  définie par  $f_n(u_n) = 1$

La troisième question demandait, d'une part, de compléter des commandes Scilab permettant le calcul du plus petit entier naturel  $n$  pour lequel  $u_n - n \leq 10^{-4}$ , et d'autre part de choisir parmi trois affichages, lequel était le bon.

- Cet exercice a révélé que de nombreux candidats ne maîtrisent pas la dérivation de fonctions élémentaires et encore moins la dérivation de la fonction  $f_n$ . La présence de beaucoup de "lettres" ( $n$ ,  $t$  et  $x$ ) noie de nombreux candidats.

L'exercice 3 portant sur la partie probabilités du programme, avait pour objectif d'étudier la variable

aléatoire  $X$ , définie par :  $\forall \omega \in \Omega, X(\omega) = \begin{cases} U(\omega) & \text{si } Z(\omega) = 1 \\ V(\omega) & \text{si } Z(\omega) = -1 \end{cases}$ , où  $U$  et  $V$  sont deux variables

aléatoires indépendantes telles que  $U$  suit la loi uniforme sur  $[-3,1]$ ,  $V$  suit la loi uniforme sur  $[-1,3]$  et où  $Z$  est une variable aléatoire indépendante de  $U$  et  $V$ , dont la loi est donnée par :  $P(Z=1) = p$  et  $P(Z=-1) = 1-p$ .

- Cet exercice est le moins bien réussi et prouve que la notion de fonction de répartition n'est absolument pas maîtrisée par un grand nombre de candidats.

Le problème, portant sur le programme d'analyse et de probabilité, démontrait deux résultats importants pour la suite dans la première partie, à savoir :

$$\forall x \in [0,1[ , \sum_{k=1}^{+\infty} \frac{x^k}{k} = -\ln(1-x) \text{ et } \forall x \in ]0,1[ , \sum_{k=n}^{+\infty} \binom{k-1}{n-1} (1-x)^{k-n} = \frac{1}{x^n}$$

La deuxième partie étudiait une variable aléatoire  $X$  dont la loi était donnée par :

$$\forall k \in \mathbb{N}^* , P(X = k) = -\frac{(1-p)^k}{k \ln p}$$

Pour finir, on cherchait la loi d'une variable aléatoire  $Y$  dont la loi, conditionnellement à l'événement  $(X = k)$ , était la loi binomiale de paramètres  $k$  et  $p$ .

- Trop de candidats n'ont pas pu s'exprimer à leur gré sur ce problème, peut-être à cause d'une mauvaise gestion du temps.
- Le problème a révélé des failles abyssales chez certains candidats, notamment concernant le calcul de la somme des premiers termes d'une suite géométrique.
- Comme d'habitude, la formule des probabilités totales a été copieusement martyrisée par de nombreux candidats.

## Statistiques

- Pour l'ensemble des 3872 candidats ayant composé, la moyenne obtenue à cette épreuve est égale à 10.405 sur 20 (sensiblement la même que l'année dernière) et l'écart type vaut 6,5 (bien supérieur à celui de l'année dernière).

- 40,3% des candidats, contre 37,2% l'année dernière, ont une note strictement inférieure à 8 (dont plus de la moitié, 21,4%, ont une note inférieure à 4).

- 18,2% des candidats ont une note comprise entre 8 et 12 (pourcentage inférieur à celui de 2015 qui était égal à 22,2%).

- 25,8 des candidats ont une note supérieure ou égale à 16 (pourcentage supérieur à celui de 2015 qui était égal à 20,1%).

## **Conclusion**

Comme l'an dernier, le niveau est très hétérogène et l'impression générale ressentie à la lecture des copies amène à penser que les questions les plus subtiles, qui demandent une compréhension fine de la théorie, quel que soit le domaine concerné, échappent à presque tous les candidats. Les meilleurs ont acquis des techniques et des réflexes mais ne comprennent pas forcément en profondeur ce qu'ils font. Le fossé entre les aspirations du programme et la réalisation sur le « terrain » semble s'être élargi, une fois encore, cette année, mais heureusement pas pour les bons et très bons candidats. Le niveau semble meilleur en algèbre linéaire que dans les autres domaines.

Les copies sont, dans l'ensemble, bien présentées malgré la présence d'un nombre assez élevé de candidats qui ne respectent pas la numérotation des questions, écrivent mal (ce sont souvent les mêmes) et rendent la tâche du correcteur pénible : qu'ils sachent qu'ils n'ont rien à gagner à pratiquer de la sorte, bien au contraire.

Citons également, ceux, en assez grand nombre, qui font de nombreuses fautes de calcul (souvent par manque de concentration) qui perturbent gravement le déroulement du raisonnement et empêchent de trouver le bon résultat voire obligent à tricher pour le trouver !

Il semble que l'investissement en informatique ait été un peu plus intense que les années précédentes, ce qui est très bon signe (le langage Scilab semblant plaire aux candidats) puisqu'il y avait, comme d'habitude, pas mal de points à glaner sur ces questions, et ceci sans y passer énormément de temps.

Il reste toujours un noyau de candidats qui ne peuvent s'empêcher de faire du remplissage au lieu d'argumenter face aux questions dont le résultat est donné : aucun correcteur n'est dupe, rappelons-le.

Précisons pour les futurs candidats qu'ils ne sont pas obligés de recopier les énoncés des questions avant de les traiter et qu'ils ne sont pas, non plus, obligés de recopier tout un programme d'informatique si la question posée était seulement de compléter quelques instructions manquantes.

Rappelons, comme d'habitude, que l'honnêteté, la simplicité, la précision et la rigueur sont des vertus attendues par tous les correcteurs sans exception, et qu'une bonne réponse est toujours une réponse construite rigoureusement.